

Lutning, riktningskoefficient, k-värde — kärt barn har många namn?

Annika Pettersson

Karlstad Universitet

Många gymnasieelever tycker att linjära funktioner är svårt att förstå, speciellt när det kommer till grafisk representation. Det är bland annat komplicerat att förstå ord som lutning. Därför behöver de få fler möjligheter att diskutera begreppen och vilka parametrar som påverkar representationen.

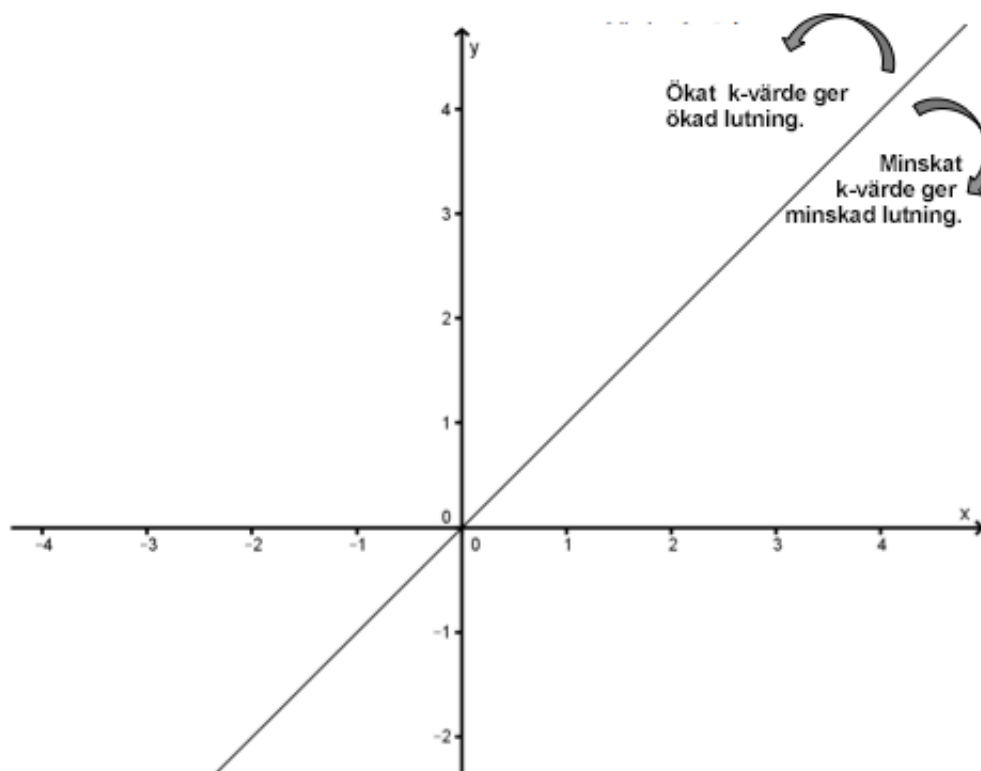
När matematiklärare på gymnasiet träffas på konferenser och kurser så brukar det inte dröja länge innan de linjära funktionerna kommer på tal. Många lärare, inklusive mig, känner igen sig i frustrationen man upplever när man ska försöka förklara linjära funktioner.

Svenska gymnasieelever har svårigheter att förstå begreppet lutning kopplat till linjära funktioner $y=kx+m$. Ett exempel som visar på detta är resultatet på en uppgift på det nationella provet i matematik B VT2005 där eleverna skulle skifta representationsform från grafisk till algebraisk representation. Endast hälften av eleverna på samhällsprogrammet svarade rätt (Umeå universitet, 2005). Dessa svårigheter finns även internationellt. Ett exempel är Greenes, Chang och Ben-Chaim (2007) som visar att bara en tredjedel av amerikanska elever jämfört med långt över hälften av israeliska elever klarade att bestämma lutningen ur en given graf. Det finns också studier som visar att när elever har möjlighet undviker de grafisk representation och väljer algebraisk (Artigue, 1992).

I min forskning har jag undersökt förståelsen av den grafiska och algebraiska representationen av linjära funktioner. Fokus är riktat mot elevernas förståelse av hur parametrarna k och m , definitionsområdet samt hur en förändring av koordinat-systemets x -axel påverkar representationen.

Linjens lutning kopplat till k-värdet

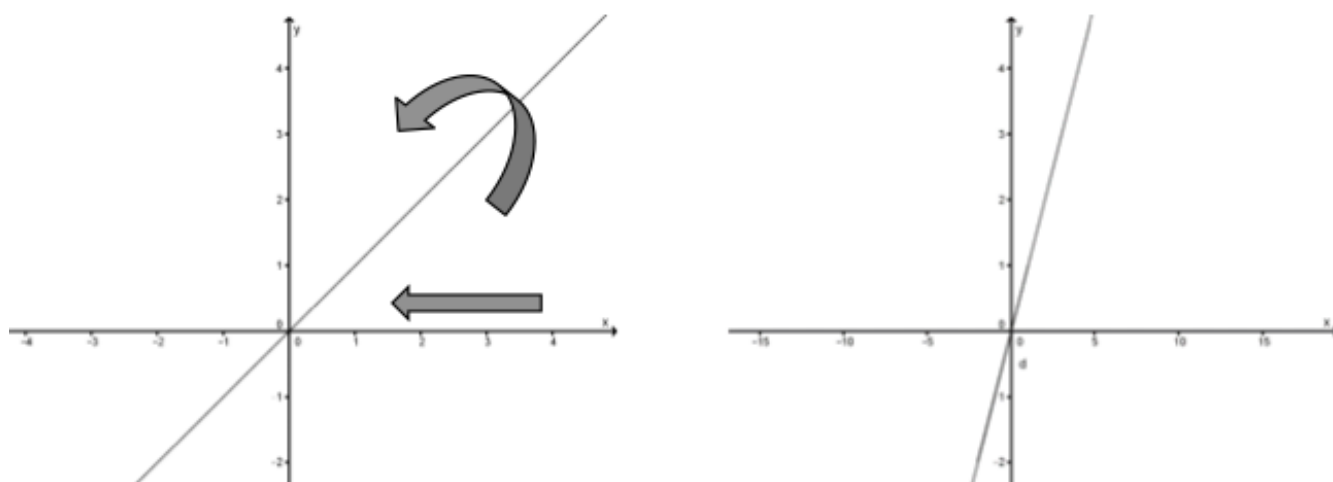
En linjes lutning är kopplat till riktningskoefficienten, ofta kallad k -värdet. Ofta beskrivs k -värdet som ett mått på linjens lutning (se figur 1). Genom att arbeta i ett dynamiskt dataprogram, exempelvis GeoGebra, kan elever genom att dra i en så kallad glidare, variera k -värdet och få en dynamisk bild över hur k -värdet påverkar lutningen.



Figur 1. Lutningen beror av k-värdet.

Koordinatsystem och k-värdet

Dock är det inte så enkelt att k-värde och lutning alltid är samma sak. Hur mycket linjen ser ut att luta beror också på det koordinatsystem som linjen finns uppritad i. Linjerna i figur 2 visar båda funktionen $y=x$ och har därmed samma k-värde, däremot så ser de inte ut att ha samma lutning beroende på att skalan på x-axeln är olika. I bilden till höger har x-axeln komprimerats och därför ser linjen ut att luta mer. Alltså är det mer komplicerat än att k-värdet beskriver lutningen av linjen.



Figur 2. Linjens lutning förändras vid en förändring av skalan på x-axeln

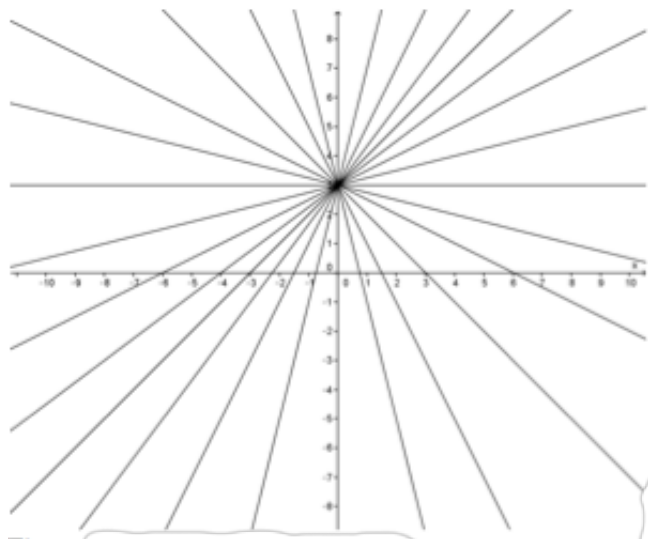
Den israeliska forskaren Orit Zaslavsky gjorde en studie av matematikers förståelse av lutning (2002) genom att låta dem se bilder liknande dem i figur 2. Matematikerna fick frågan om linjerna hade samma lutning. Studiens resultat visade på ett behov av att särskilja k-värde och lutning. Zaslavsky införde därför begreppen analytisk lutning (k-värde) och visuell lutning (den lutning som syns i diagrammet). Hon menar att synen på begreppet lutning kan påverka synen på vad som händer vid en förändring av skalan. Ser man lutning som visuell, upplevs k-värdet variera vid en förändring av skala och ser man lutning analytiskt upplevs inte att k-värdet ändras vid en förändring av skala (Zaslavsky, Sela, & Leron, 2002).

Min studie

Jag är i slutskedet av en studie på licentiatnivå vars syfte var att undersöka elevers förståelse av linjära funktioners grafiska representation. Mer konkret handlade det om elevers förståelse av de fyra aspekter som påverkar en linjens grafiska representation: parameter k , parameter m , funktionens definitionsmängd samt skalan på koordinatsystemets axlar. En av mina frågeställningar var:

Vilken förståelse visade eleverna för hur den grafiska och algebraiska representationen av linjära funktioner påverkades av en förändring av koordinatsystemets x-axel.

Studien var en kvalitativ studie, där eleverna filmades och intervjuades ingående för att söka efter spår av förståelse. Den var uppdelad i två delar; i den första delstudien deltog sex elever och i den andra deltog åtta elever. Båda studierna innehöll delar för att besvara ovanstående forskningsfråga.



Figur 3. Bild från delstudie 1.

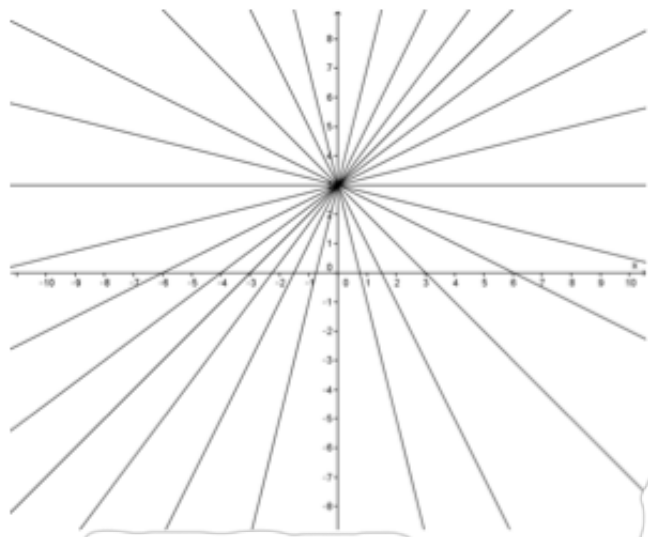
I delstudie 1 fick eleverna se en bild (figur 3) och fick frågan hur bilden skulle förändras när skalan på x-axeln drogs ut.

Alla sex eleverna i studien visade en förståelse för att lutningen på linjerna i grafen skulle ändras. Exempelvis sa Hanna: "Alla strecken blir typ snedare". De fick även frågan om vad som skulle hända med k-värdet. Två av eleverna ansåg att inget skulle hända med k-värdet:

Hanna: *Ingenting*

Maria: *Det händer ingenting, det blir bara mer mellanrum mellan dem, det är fortfarande samma lutning på dem.*

I delstudie 2 fick eleverna se två grafer med samma funktion utritad ($y=2x$) men med olika skala på x-axeln, se Figur 4.



Figur 4. Bild från delstudie 2.

Eleverna ombads förklara vad det kunde bero på att graferna såg olika ut. Två av eleverna menade att det kunde bero på att skalan på x-axeln var olika.

Louise: *Det kan nog bero på graderna på x-axeln, hur tätt de sitter, om det är utdraget eller om det är tätt så (visar först långt mellanrum mellan händerna och sedan ett kort).*

Kristina: *Det kanske är en-två-tre (ritar skalstreck på x-axeln), han kanske har en-två-tre (ritar glesare streck på x-axeln).*

Totalt kunde alltså fyra av de fjorton elever som ingick i studien skilja mellan analytisk och visuell lutning.

Implikationer

Eftersom eleverna har svårt med linjära funktioners grafiska representation behöver eleverna få fler möjligheter att utveckla begreppet. Det är viktigt att arbeta med begreppet på olika sätt för att elever ska få en så fullständig bild av begreppet som möjligt, det ger dem bättre möjligheter för en djupare förståelse. Genom att låta elever arbeta med aktiviteter där de får diskutera hur skalan påverkar den visuella lutningen ges eleverna möjligheter att arbeta med linjära funktioner på ett sätt som ökar förståelsen.

Det finns en naturlig koppling till den så kallade "verkliga världen" när man pratar om skaländring: nämligen bildskärmar. När bilden förflyttas mellan två skärmar med olika format så ändras förhållandet mellan skalorna och bilden förändras. Detta känner eleverna till och man kan utifrån det återkoppla till den matematik eleverna möter i skolan.

Lärare försöker ofta i all välvilja förenkla för elever och eleverna vill ofta själva ha en metod för att

kunna få fram rätt svar. Det kan göra att många elever ägnar mycket tid till att träna metoder och mindre tid till att förstå hur saker hänger ihop. Men om vi som lärare försöker arbeta med att öka elevernas förståelse kommer vi längre med vår undervisning. Lutning, riktningskoefficient och k-värde är inte samma sak och detta är något vi behöver stötta eleverna i att uppmärksamma. Kärt barn kan ha många namn, men olika barn bör ha olika namn. Detta gör det hela mycket tydligare.

Referenser

1. Artigue, M. (1992). Functions from an algebraic and graphic point of view: cognitive difficulties and teaching practices. *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, 25, 109-132.
2. Greenes, S., Chang, K. Y., & Ben-Chaim, D. (2007, 2007). *International survey of High School Students' Understanding of key concepts of linearity*. Paper presented at the I Proceedings of the 31st Conference of the International Group for Psychology of Mathematic Education (ss. 273-280).
3. Umeå universitet. (2005). Resultat från nationellt kursprov i Matematik kurs B, våren 2005, samt urval av lärarenkät. (2014, augusti, 26, 9:39). Tillgänglig via <http://www5.edusci.umu.se/np/NP-info/Resultat-B-vt05.pdf>
4. Zaslavsky, O., Sela, H., & Leron, U. (2002). Being sloppy about slope: The effect of changing the scale. *Educational Studies in Mathematics*, 49(1), 119-140.