

Hur kan 7-2 vara samma som 7-2?

Joakim Samuelsson

Institutionen för beteendevetenskap och lärande (IBL),
Linköpings universitet

En sjuåring kom hem en dag och berättade att dom hade haft en vikarie i skolan. Vikarien hade sagt att "När ni räknar ut 7-2 är det skillnaden mellan 7 och 2 som ni är räknar ut för att få svaret". Det är lite konstigt sa eleven, för igår sa fröken att " När ni räknar ut 7-2 ska ni ta bort två från 7 för att få svaret". För oss som är vuxna är inte det svårt att förstå att båda har rätt men för en sjuåring som inte riktigt förstått principen med subtraktion riskerar lärarens språkanvändning att förvirra eleven. Hur man kan arbeta konsekvent med sin språkanvändning och vilken betydelse språkanvändningen har när lärare undervisar om subtraktion diskuteras i denna artikel. På grund av en rådande pandemi gick vi inte hela vägen in i mål, därför är ambitionen med denna text att visa hur vi arbetade, hur långt vi kom, hur vi tänkte arbeta vidare. Syftet med texten är därför att den ska dels ge en bild av hur man kan resonera om sin undervisning om subtraktion, dels ge en bild av hur man på ett kvalificerat sätt kan arbeta med att bli ännu tydligare i sin undervisning.

I denna rapport beskrivs ett samarbete mellan forskare i matematikdidaktik och lärare på en lågstadieskola. Rapporten skrivs inom ramen för ULF (Utveckling, Lärande, Forskning), en nationell försöksverksamhet kring praktiktäna skolforskning som genomförs på uppdrag av regeringen. På grund av en rådande pandemi gick vi inte hela vägen in i mål, därför är ambitionen med denna artikel att visa hur vi arbetade, hur långt vi kom hur vi tänkte arbeta vidare. Syftet med texten är därför att den ska dels ge en bild av hur lärare kan resonera sin undervisning om subtraktion, dels ge en bild av hur lärare på ett kvalificerat sätt kan arbeta med att bli ännu tydligare i sin undervisning.

Bakgrund

Matematik är ett komplext ämne som utgörs av många olika domäner (ex aritmetik, geometri, statistik). Den första domänen som barn möter är, förutom räkneorden och talsystemet med basen 10, aritmetiken. Under de första åren i grundskolan får eleverna i hierarkisk ordning undervisning inom olika aspekter av aritmetiken (Dowker, 2005). I princip handlar det om att tillägna sig de fyra räknesätten. En stor didaktisk utmaning är hur den initiala undervisningen i aritmetik i åk 1 och 2 ska utformas för att eleverna (på bästa sätt) ska kunna er hålla de kunskaper och färdigheter som de behöver för sitt fortsatta lärande inom matematiken. En del av aritmetiken som många lärare vittnar om är svårt för eleverna är subtraktion. Lärare och forskare bestämde därför att försöka utveckla skolans undervisning om subtraktion. För att göra detta togs stöd i en aktionsforskningsmodell. Aktionsforskning inom utbildning används ofta för att lösa ett pedagogiskt problem.

I detta projekt utnyttjades nedanstående aktionsforskningsmodell (Skovsmose & Borba, 2004).

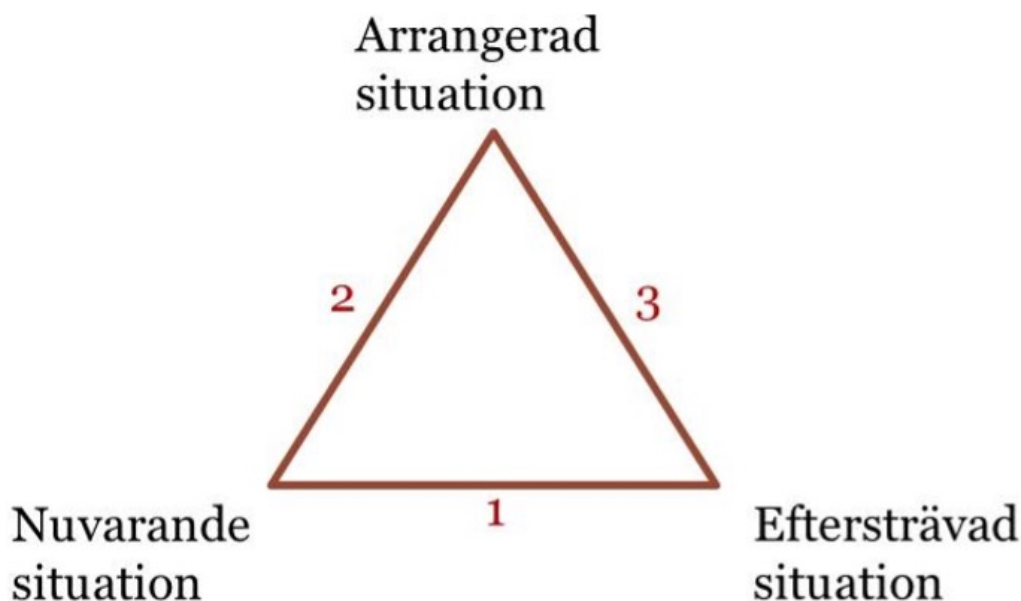


Figure 1. Modellen illustrerar tre olika situationer som forskargruppen fokuserar samt tre olika processer som genomförs i forskningen.

Den nuvarande situationen är matematikklassrummet innan några stora förändringar har genomförts. Den eftersträlvade situationen är en önskad undervisningssituation där möjligheterna för elevers engagemang och lärande i matematik har ökat. Den arrangerade situationen är hur det "blev" i slutet av forskningsperioden.

De tre sidorna i modellen avspeglar olika processer för arbetet. Den första processen (1) går mellan Nuvarande situation och Eftersträlvad situation och kallas för *Matematikdidaktiskt föreställande*. Här resonerar lärare och forskare i den forskande gruppen om vissa aspekter i matematikundervisningen med ett mål att elever ska få fler möjligheter till engagemang och lärande. Basen för detta är tidigare forskning och utvecklingsarbeten. Den andra processen (2) går mellan Nuvarande situation och Arrangerad situation och kallas för *Praktiskt organiserande*. Här organiseras för den aktivitet som ska genomföras. Den tredje processen (3) går längs den tredje sidan på modellens triangel. Den kallas för *Utforskande resonemang*. Här strävar de som forskar tillsammans att så öppet som möjligt lära sig av det man ser i materialet utifrån det syfte man har med projektet.

Nuvarande situation

Vi inledde vårt gemensamma arbete med att resonera om vad subtraktion är och vad eleverna har svårt med avseende subtraktion. Efter att studerat skolans läroböcker konstaterades att subtraktion inte var entydigt utan något mångfacetterat vilket skulle kunna leda till att undervisningen blev otydlig för eleverna. Förutom att subtraktion av vanliga enkla räkneuppgifter som $7-3$, eller $14-5$ så ingick subtraktion också i en mängd olika problemlösningsformuleringar. Vi noterade att det gick att formulera sig om subtraktionsprocesser på flera olika sätt. Det handlade om: a) Förändring (ta bort), b) Utjämnning (lägg till), c) Utjämnning (ta bort), d) Jämför (hur många fler), och e) Jämför (hur många färre). Fuson (1992) rapporterar, att om eleverna i undervisningen får lära sig känna igen de olika problemsituationerna, så förbättras deras möjligheter att lösa motsvarande problem. Nedanstående problemformuleringar är exempel på subtraktionsproblem.

- Pether har 12 bollar. Jocke *stjäl* 6 bollar av Pether. Hur många bollar har Pether kvar?

- Pether har 12 bollar och Jocke har 6 bollar. Hur många bollar måste Pether köpa och *ge bort* för att de båda ska ha 12 stycken?
- Pether har 12 bollar och Jocke har 6 bollar. Hur många bollar måste Jocke *få* för att de ska ha lika många?
- Pether har 12 bollar och Jocke har 6 bollar. Hur många *fler* bollar har Pether än Jocke?
- Pether har 12 bollar och Jocke har 5 bollar. Hur många *färre* bollar har Jocke än Pether?

Ovanstående formuleringar kan generera olika tankemodeller för oss vuxna trots att alla formuleringar är exempel på subtraktion. Till exempel så är det säkert flera som räknar neråt från 12 till 6 i det första fallet medan man i det andra fallet kanske räknar uppåt från 6 till 12.

När vi hade identifierat vad subtraktion är för något i skolan försökte vi urskilja svårigheter med subtraktion. Vi noterade då att *ett* problem var att eleverna hade svårt att välja och använda olika strategier vid lösning av subtraktion. Det handlade både om enkla uppgifter som 19-2 och 19-17, men också om strategier för problemlösning, vilket exemplifierades ovan.

Eftersträvad situation

Ett huvudmål med projektet blev att lärarna på skolan skulle bli bättre på att undervisa om subtraktion. Detta skulle ske om de dels skulle bli medvetna om hur de undervisade om subtraktion, dels hitta ett gemensamt sätt att tala om subtraktion, det bästa sättet. För att nå det målet studerades vad forskningen sa om undervisning om tal och tals användning. En viktig princip som framhålls i litteraturen är elevers rörelser mellan olika fält, ett empiriskt fält och ett symboliskt matematiskt. Anghileri (2006) menar att det är viktigt att taluppfattningen utvecklas genom att eleverna inledningsvis manipulerar med riktiga objekt, sorterar och omgrupperar. Barnen introduceras då till att olika mönster som kan uttryckas som sifferord. En vanlig väg till lärande är den egna erfarenheten av något som kommuniceras på ett informellt språk. Därefter tar det formella språket vid för att eleven avslutningsvis ska kunna använda matematiska argument och symboler. Vi kom således fram till att undervisningen bör bedrivas från det empiriska fältet till det symboliskt matematiska. Det empiriska fältet i matematikundervisning brukar kopplas till bilder, laborativa modeller och vardagshändelser medan det symboliska fältet handlar om matematiska uttryck i både tal och skrift.

Arrangerad situation

Vi bestämde att lärarna skulle undervisa om ett specifikt innehåll i varje årskurs för att identifiera hur de pratade om subtraktioner med eleverna samt vilka representationer de använde. Vid uppföljningstillfället noterades dels att lärarna blandade mellan att prata om att ta bort något från en mängd och skillnader mellan två mängder, dels att de använde olika representationer som tallinjer och laborativt material. En ambition var se att pröva olika sätt att prata om subtraktioner och olika sätt att representera representationer med syftet att se vilken undervisning som blev tydligast för eleverna i relation till olika innehåll.

Varje lärare genomförde fyra lektioner. Inför varje lektion gjorde eleverna ett test på den subtraktion som skulle övas på lektionen. Därefter genomfördes lektionen med språkligt fokus på antingen "ta bort" eller "jämföra" och representerades antingen med "tallinje" eller "laborativt" material.

Utforskande samtal

Tyvärr så kom pandemin och störde det arbetet. Men OM vi hade kunnat ta oss ända in i mål hade vi kunnat avgöra vilket språkbruk tillsammans med respektive representation som synliggjorde kunnandet tydligast för eleverna. Ambitionen var således att utforska följande fyra olika undervisningsmodeller avseende hur tydliga de var för eleverna i deras strävan att lära subtraktion.

Dessa fyra modeller illustrerar fyra olika sätt att prata om subtraktion.

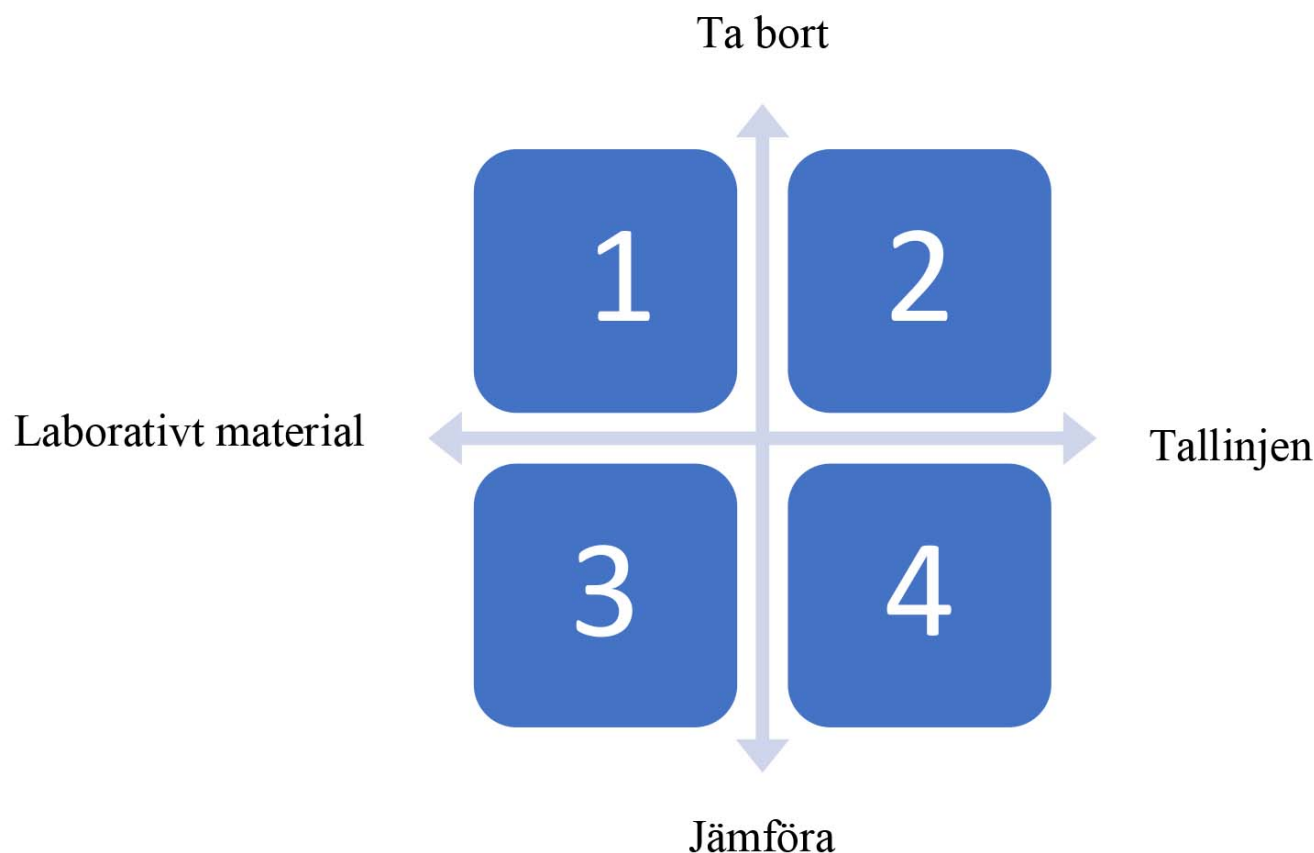


Figure 2. Olika typer av undervisning avseende undervisningsspråk och representationer.

Trots att vi inte lyckades ta oss ända in i mål så resulterade ändå projektet i att komplexitet i subtraktionsberäkningar uppmärksammades, vilken roll undervisningsspråket kan spela för hur elever uppfattar subtraktion samt att olika representationer bidrar med olika bilder av subtraktion. En förhoppning är att dessa insikter bidrar till att dessa aspekter uppmärksammas vid planering, genomförande och utvärdering av undervisning om subtraktion. Det kan leda till att det kunnande som eleven ska tillägna sig blir tydligare i undervisningen.

Referenser

1. Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 33-52.
2. Dowker, A. (2005). *Individual differences in arithmetic: Implications for psychology, neuroscience and education*. Psychology Press. <https://doi.org/10.4324/9780203324899>
3. Fuson, K. C. (1992). Research on learning and teaching addition and subtraction of whole numbers. In G. Leinhardt, R. T. Putnam, & R. A. Hatrup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (p. 53-187). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
4. Skovsmose, O., & Borba, M. (2004). Research methodology and critical mathematics education. I P. Valero & R. Zevenbergen (Red.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of pover in theory and methodology* (s. 207-226). Springer.